



22127410



ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Viernes 4 de mayo de 2012 (mañana)

1 hora 30 minutos

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de **Estudios Matemáticos NM*** para esta prueba.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 21]

Leanne va a pescar a su lago preferido. En el lago hay cuatro tipos distintos de peces: brema, bagre, merlán y salmón. Los peces o bien tienen un tamaño normal, o bien son pequeños. Esta información se resume en la tabla que aparece a continuación.

Tamaño / Tipo de	Brema	Bagre	Merlán	Salmón	Total
Pequeño	3	12	18	9	42
Normal	0	11	24	13	48
Total	3	23	42	22	

(a) Escriba el número total de peces que hay en el lago. [1 punto]

Leanne pesca un pez.

- (b) Halle la probabilidad de que
- (i) haya pescado una brema pequeña;
 - (ii) haya pescado o bien un bagre, o bien un pez pequeño, o ambos;
 - (iii) **no** haya pescado un merlán pequeño;
 - (iv) haya pescado un merlán, sabiendo que el pez tenía un tamaño normal. [7 puntos]

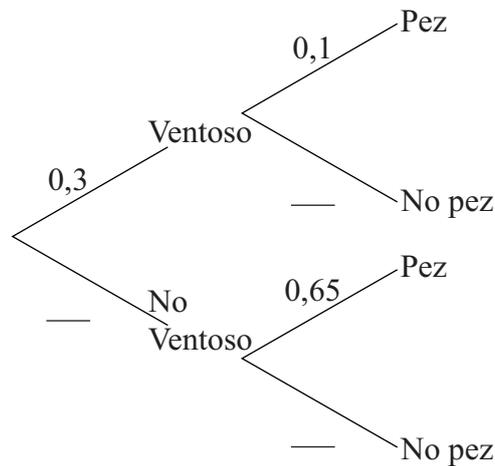
(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

Leanne se da cuenta de que en los días ventosos, la probabilidad de que pesque un pez es igual a 0,1 , mientras que en los días que no son ventosos la probabilidad de que pesque un pez es igual a 0,65 . La probabilidad de que un día dado sea ventoso es igual a 0,3 .

(c) **Copie y complete** el siguiente diagrama en árbol de probabilidades.

[3 puntos]



(d) Calcule la probabilidad de que un día dado sea ventoso y Leanne pesque un pez.

[2 puntos]

(e) Calcule la probabilidad de que un día dado Leanne pesque un pez.

[3 puntos]

(f) Utilice la respuesta obtenida en el apartado (e) para calcular la probabilidad de que Leanne pesque un pez dos días seguidos.

[2 puntos]

(g) Sabiendo que un día dado Leanne ha pescado un pez, calcule la probabilidad de que ese día haya sido ventoso.

[3 puntos]

2. [Puntuación máxima: 14]

Cedric quiere comprarse un coche de 8000€. El vendedor de coches le ofrece una opción de pago que consiste en un depósito inicial del 25 %, seguido de 12 pagos mensuales iguales de 600€.

(a) Escriba el valor del depósito. [1 punto]

(b) Calcule el coste total del coche con este esquema de pago. [2 puntos]

La madre de Cedric decide ayudarlo a comprar el coche. Para ello, le da un préstamo de 8000€ sin intereses. Acuerda con él que le devolverá el préstamo pagándole x € el primer mes, y luego y € al mes todos los meses hasta que haya acabado de devolver los 8000€.

Al cabo de 12 meses, la madre de Cedric ha recibido un total de 3500€.

Esto se puede expresar mediante la ecuación $x + 11y = 3500$.

Al cabo de 24 meses, la madre de Cedric ha recibido un total de 7100€.

(c) Escriba una segunda ecuación que relacione x e y . [1 punto]

(d) Escriba el valor de x y el valor de y . [2 puntos]

(e) Calcule cuántos meses tarda la madre de Cedric en recuperar los 8000€. [3 puntos]

Cedric decide comprarse un coche más barato, que cuesta 6000€, e invertir los 2000€ restantes en el banco. El banco le ofrece dos opciones distintas de inversión, ambas a tres años.

Opción A: Interés compuesto, con un tipo de interés anual del 8 %.

Opción B: Interés compuesto, con un tipo de interés nominal anual del 7,5 % **compuesto mensualmente**.

Exprese todas las respuestas del apartado (f) redondeando al número entero de euros más próximo.

(f) Calcule el valor de la inversión de Cedric al finalizar esos tres años en el caso de que elija

(i) la opción A;

(ii) la opción B. [5 puntos]

3. [Puntuación máxima: 18]

A 200 personas se les preguntó cuánto tiempo, T (en minutos), habían pasado en el supermercado. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Tiempo (T)	$0 < T \leq 10$	$10 < T \leq 20$	$20 < T \leq 30$	$30 < T \leq 40$	$40 < T \leq 50$
Número de personas	23	57	93	21	6

- (a) Establezca si los datos son discretos o continuos. [1 punto]
- (b) Establezca el grupo modal. [1 punto]
- (c) Escriba el punto medio del intervalo $10 < T \leq 20$. [1 punto]
- (d) Utilice su calculadora de pantalla gráfica para obtener una estimación de
 - (i) la media;
 - (ii) la desviación típica. [3 puntos]

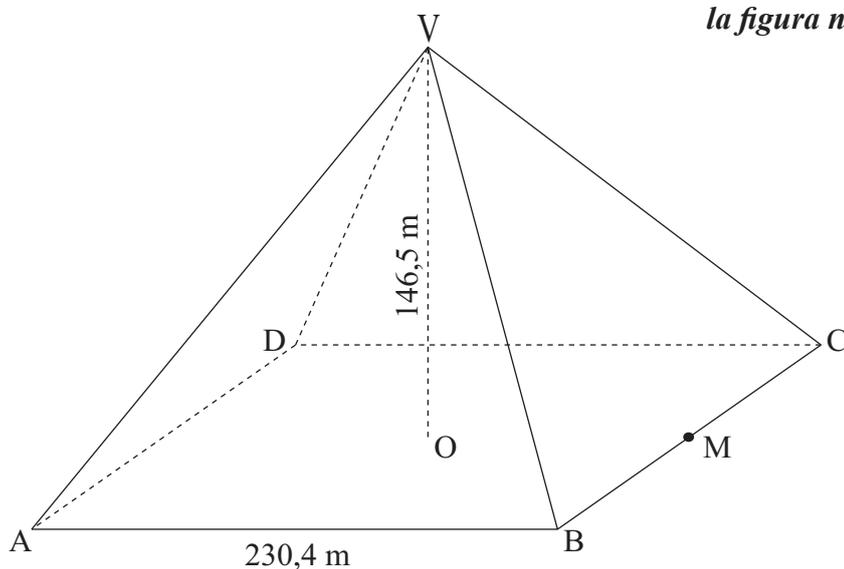
Los resultados se representan en la siguiente tabla de frecuencias acumuladas, siendo los extremos superiores de las clases igual a 10, 20, 30, 40 y 50.

Extremo superior de la clase	10	20	30	40	50
Frecuencia acumulada	23	80	173	q	r

- (e) Escriba el valor de
 - (i) q ;
 - (ii) r . [2 puntos]
- (f) Sobre un papel milimetrado dibuje con precisión un gráfico de frecuencias acumuladas, utilizando para ello la siguiente escala: 2 cm para representar 10 minutos en el eje horizontal (T), y 1 cm para representar 10 personas en el eje vertical. [4 puntos]
- (g) **Utilice el gráfico** del apartado (f) para estimar
 - (i) la mediana;
 - (ii) el percentil 90 de los resultados;
 - (iii) el número de personas que estuvieron más de 15 minutos haciendo la compra en el supermercado. [6 puntos]

4. [Puntuación máxima: 18]

La Gran Pirámide de Keops, en Egipto, es una pirámide de base cuadrada. La base de la pirámide es un cuadrado de 230,4 m de lado y la altura en vertical es igual a 146,5 m. La Gran Pirámide se representa en el siguiente diagrama como ABCDV. El vértice V se encuentra directamente sobre el centro de la base O. M es el punto medio de BC.



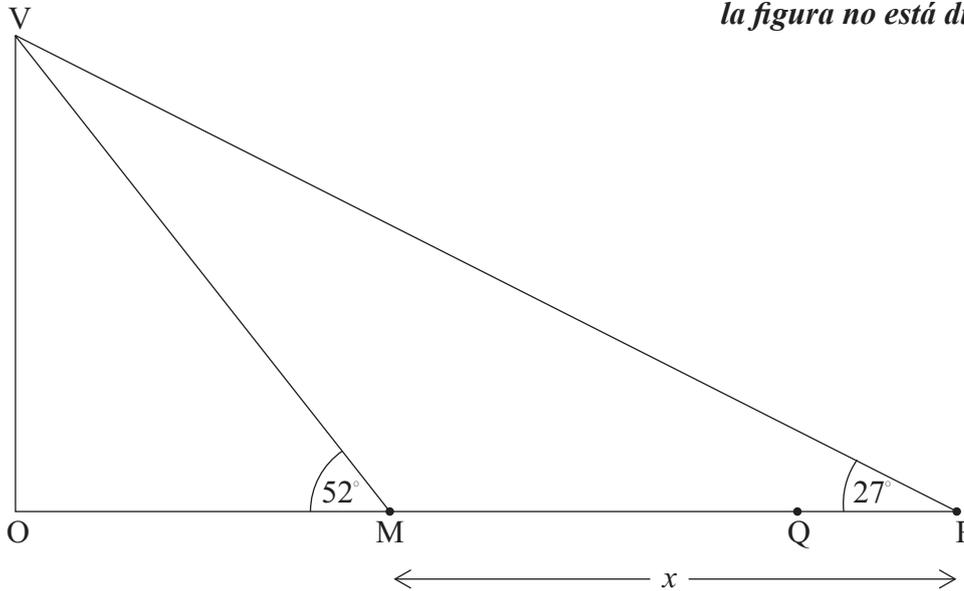
la figura no está dibujada a escala

- (a) (i) Escriba la longitud de OM. [3 puntos]
- (ii) Halle la longitud de VM. [2 puntos]
- (b) Halle el área del triángulo VBC. [2 puntos]
- (c) Calcule el volumen de la pirámide. [2 puntos]
- (d) Compruebe que el ángulo que forman la recta VM y la base de la pirámide es igual a 52° , redondeando a 2 cifras significativas. [2 puntos]

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 4: continuación)

Ahmed se encuentra en el punto P, a una distancia de x metros de M sobre suelo horizontal, tal y como se muestra en el siguiente diagrama. El valor del ángulo VPM es 27° . Q es un punto sobre MP.



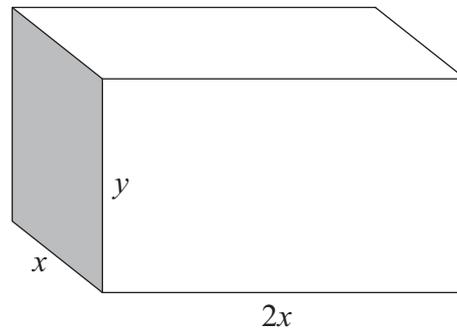
- (e) Escriba el valor del ángulo VMP. [1 punto]
- (f) Utilizando el valor de VM obtenido en el apartado (a)(ii), halle el valor de x . [4 puntos]

Ahmed camina 50 m para ir de P a Q.

- (g) Halle la longitud de QV, la distancia que hay desde donde se encuentra Ahmed hasta el vértice de la pirámide. [4 puntos]

5. [Puntuación máxima: 19]

Se quiere construir un contenedor para transporte de mercancías con seis caras rectangulares, tal y como se muestra en la figura.



la figura no está dibujada a escala

Las dimensiones del contenedor son las siguientes
 longitud $2x$
 anchura x
 altura y .

Todas las mediciones están en metros. La longitud total de las doce aristas del contenedor es de 48 metros.

(a) Compruebe que $y = 12 - 3x$. [3 puntos]

(b) Compruebe que el volumen del contenedor $V \text{ m}^3$ viene dado por

$$V = 24x^2 - 6x^3 \quad [2 \text{ puntos}]$$

(c) Halle $\frac{dV}{dx}$. [2 puntos]

(d) Halle el valor de x para el cual V es máximo. [3 puntos]

(e) Halle el volumen máximo del contenedor. [2 puntos]

(f) Halle el valor de la longitud y el de la altura del contenedor para los cuales el volumen es máximo. [3 puntos]

Se procede a pintar el contenedor. Sabemos que un litro de pintura cubre una superficie de 15 m^2 . La pintura viene en latas de cuatro litros.

(g) Calcule el número de latas que se necesitan para pintar todo el contenedor. [4 puntos]